

Danilo S. dos Santos, Davi A. S. V. Junior, Pedro A. B. Bispo, Rafael de Sousa Dutra, Leandro de Oliveira Pereira
 Laboratório de Instrumentação e Simulação Computacional, Instituto Federal do Rio de Janeiro, Campus Paracambi (RJ), Brasil
 Email – rafael.dutra@ifrj.edu.br

INTRODUÇÃO

Neste trabalho mostramos que o vínculo do movimento de rolamento sem deslizamento pode ser violado de maneira corriqueira no movimento de um sistema mecânico, algo que muitas vezes é pouco explorado nos livros de física básica. Para isto, utilizamos a videoanálise para estudar o movimento de um sistema massa mola, sobre diferentes superfícies, configurado em um carrinho de brinquedo com quatro molas presas a seus extremos. Explorando quantidades cinemáticas do problema, os resultados revelam a ocorrência de deslizamentos das rodas durante a execução do experimento, de maneira mais explícita nos pontos de retorno, e mais discretamente durante a execução do movimento. Por fim, combinamos a videoanálise com a modelagem detalhada do movimento do sistema para obter uma medida do coeficiente de atrito cinético entre o eixo metálico das rodas e a carroceria de plástico, obtendo um bom acordo com resultados encontrados na literatura.

MATERIAIS E MÉTODOS

O sistema massa-mola, utilizado nos experimentos, foi montado prendendo molas nas quatro extremidades diagonais de um carrinho de brinquedo e nos pés de uma cadeira, conforme ilustra a figura 1-(a), todas no mesmo nível de altura. O sistema foi posto em movimento deslocando o carrinho de sua posição inicial em valores conhecidos e liberando-o, deixando-o sob a ação da força elástica resultante das quatro molas. Para a realização das análises, todos os experimentos foram capturados pela câmera de um smartphone, em um tripé, situado próximo ao sistema. Ressalta-se que o sistema foi posto em movimento em duas superfícies diferentes, uma superfície lisa e uma superfície emborrachada.

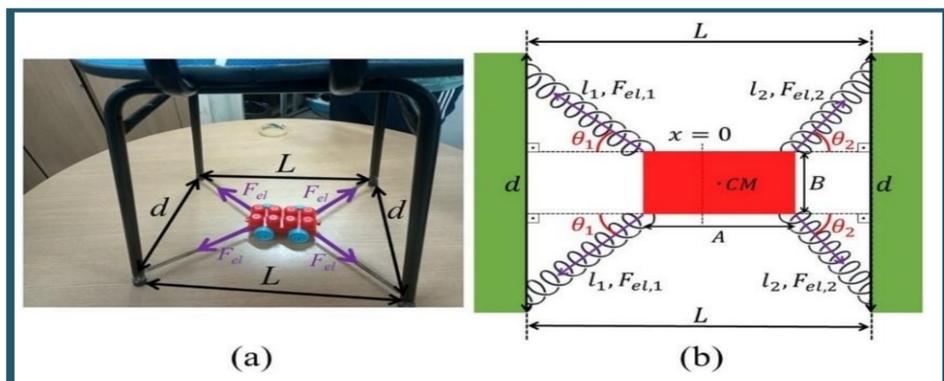


Figura 1 – Imagem e esquematização do experimento. (a) Foto do experimento na situação em que o carrinho se encontra em equilíbrio. Nesta figura representamos os comprimentos entre os pés da cadeira relevantes para o experimento: $L = 0,370 \pm 0,001$ m e $d = 0,415 \pm 0,001$ m. (b) Representação esquemática do experimento com os comprimentos relevantes do carrinho $A = 0,126 \pm 0,001$ m e $B = 0,063 \pm 0,001$ m.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Através dos vídeos registrados anteriormente, do movimento do sistema massa-mola, foi possível analisar o comportamento das rodas do carrinho, com o auxílio do *software* Tracker. Tomando como referencial uma marcação feita em uma das rodas do carrinho, obtemos, através da videoanálise, a posição angular beta, em radianos, das rodas do carrinho em função do tempo. Com o auxílio do *software* Origin, plotamos os gráficos da posição angular β no tempo e da aceleração do centro de massa de uma das rodas do carrinho a_{CM} em função da aceleração angular α da roda multiplicada pelo raio R da mesma, presentes nas figuras 2 e 3.

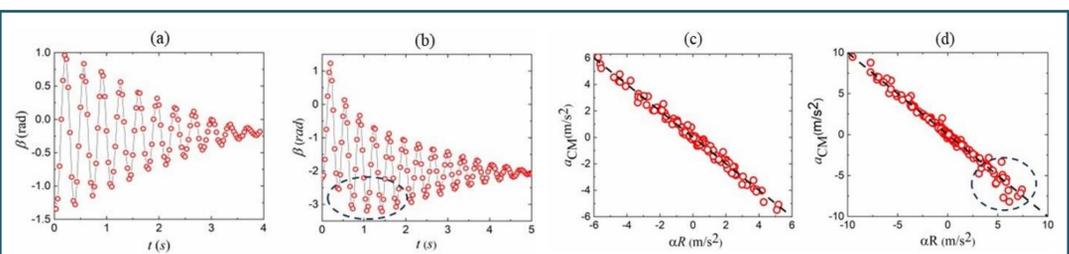


Figura 2 – Efeitos de deslizamento na superfície de mármore. (a) e (b): evolução temporal do ângulo β para os respectivos deslocamentos iniciais 2,5 cm e 3,5 cm. (c) e (d): espaço de parâmetros a_{CM} versus αR para os respectivos deslocamentos iniciais 2,5 cm e 3,5 cm. As linhas pontilhadas definem o vínculo de rolamento sem deslizamento em que $a_{CM} = \alpha R$.

Na figura 2 não se nota irregularidades significativas ao se observar os gráficos (a) e (c), relativos à um deslocamento de 2,5 cm em relação à posição de equilíbrio do sistema, em uma superfície lisa, de mármore. Por outro lado, ao analisar os gráficos (b) e (d), relativos à um deslocamento de 3,5 cm, observa-se desvios notáveis, destacados pelas linhas pontilhadas em ambos os gráficos. Isso ocorre pois ao se aumentar o deslocamento inicial do carrinho o mesmo sofre uma força resultante elástica maior, que acaba superando a força de atrito estática máxima entre as rodas e a superfície lisa, ocasionando um deslizamento das rodas nos pontos de retorno do carrinho durante o seu deslocamento, o que pode ser evidenciado através da assimetria do gráfico (b), na figura 2. Observando os gráficos (a) e (b) da figura 3, referentes a um deslocamento inicial de 2,5 cm e 3,5 cm, respectivamente, em uma superfície emborrachada, podemos notar que não há irregularidades nos mesmos, o que implica a inexistência de rotação extra das rodas nos pontos de retorno, uma vez que a força elástica resultante não supera a força de atrito entre as rodas e a superfície emborrachada.

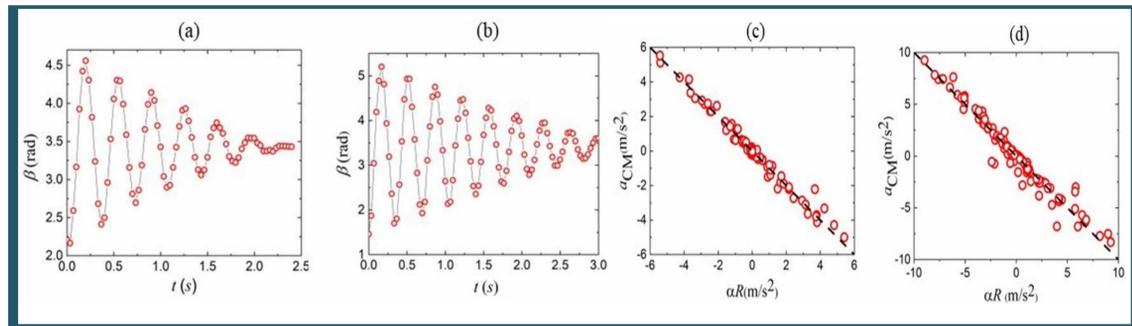


Figura 3 – Efeitos de deslizamento na superfície de borracha. (a) e (b): evolução temporal do ângulo β para os respectivos deslocamentos iniciais 2,5 cm e 3,5 cm. (c) e (d): espaço de parâmetros a_{CM} versus αR para os respectivos deslocamentos iniciais 2,5 cm e 3,5 cm. As linhas pontilhadas definem o vínculo de rolamento sem deslizamento em que $a_{CM} = \alpha R$.

Olhando para os gráficos (c) e (d) da figura 2 e para os gráficos (c) e (d) da figura 3, notamos nesses últimos a presença de pontos um pouco mais afastados da linha pontilhada que define o vínculo de rolamento sem deslizamento, o que indica a ocorrência de possíveis pequenos deslizamentos durante o deslocamento do carrinho. Estimamos uma medida para o coeficiente de atrito cinético μ_C entre os orifícios da carroceria de plástico do carrinho e o eixo metálico das rodas. Através de uma equação para o coeficiente de atrito cinético μ_C obtida analiticamente, obtemos os valores do mesmo ao longo do experimento e os organizamos no histograma representado na figura 4-(a). Com base no histograma, foi calculado o valor médio do coeficiente de atrito cinético, tendo encontrado $\mu_C = 0,37 \pm 0,02$, que está de acordo com valores de coeficientes de atrito cinético entre estes materiais encontrados na literatura.

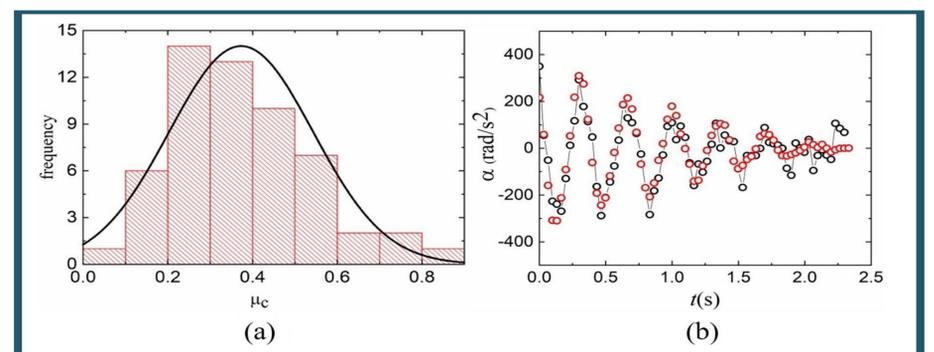


Figura 4 – Comparação entre teoria e experimento. (a) Aceleração angular α em função do tempo na situação em que o carrinho se move sobre a superfície emborrachada, a partir de um deslocamento inicial de 2,5 cm. Pontos vermelhos: resultado experimental obtido a partir da análise das posições do centro de massa e da periferia da roda por meio da videoanálise. Pontos pretos: resultado teórico modelado através das grandezas obtidas analiticamente. (b) Histograma da distribuição de frequência do coeficiente de atrito cinético μ_C ao longo do experimento.

A partir do coeficiente de atrito medido, validamos a modelagem comparando resultados experimentais e teóricos para a aceleração angular das rodas. Substituímos o coeficiente de atrito medido na modelagem e na figura 4-(b) apresentamos o bom acordo entre ambos os resultados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho discutimos inicialmente como utilizar um simples sistema massa-mola, caseiro, composto por um carrinho, para revelar efeitos de deslizamentos ocultos, durante o movimento do sistema. Efeitos de deslizamento podem ser detectados ao longo do movimento, de maneira mais discreta, e nos pontos de retorno do sistema, de maneira mais marcante, olhando diretamente para a evolução temporal de grandezas cinemáticas obtidas a partir da videoanálise. E por fim apresentamos como obter uma medida para o coeficiente de atrito cinético entre os eixos e a carroceria, combinando a modelagem da dinâmica do sistema com os resultados da videoanálise. Além da importância pedagógica deste trabalho, permitindo discutir diversos aspectos importantes de um sistema mecânico, ele evidencia a importância da videoanálise como ferramenta de investigação quando combinada com a modelagem matemática, permitindo acessar aspectos não visualmente acessíveis e realizar medidas mais precisas devido ao aumento da estatística de pontos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Programa Jovens Talentos para Ciência da FAPERJ e ao IFRJ pelas bolsas de iniciação científica recebidas durante o desenvolvimento do projeto.

REFERÊNCIAS

- D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker, Fundamentals of physics. New York: Wiley, 2008. | De Ambrosio, M. Malgieri, P. Mascheretti, and P. Onorato, "Investigating the role of sliding friction in rolling motion: a teaching sequence based on experiments and simulations," European Journal of Physics, vol. 36, no. 3, p. 035020, 2015. | C. E. Mungan, "Frictional torque on a rotating disc," European journal of physics, vol. 33, no. 5, p. 1119, 2012. | L. Vozdecký, J. Bartoš, and J. Musilová, "Rolling friction—models and experiment. an undergraduate student project," European Journal of Physics, vol. 35, no. 5, p. 055004, 2014. | P. Klein, A. Müller, S. Gröber, A. Molz, and J. Kuhn, "Rotational and frictional dynamics of the slamming of a door," American Journal of Physics, vol. 85, no. 1, pp. 30–37, 2017. | H. Olsson, K. J. Åström, C. C. De Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky, "Friction models and friction compensation," Eur. J. Control, vol. 4, no. 3, pp. 176–195, 1998. | M. Vaziri, F. Stott, and R. Spurr, "Studies of the friction of polymeric materials," Wear, vol. 122, no. 3, pp. 313–327, 1988. | M. Fox, "Polymer tribology," Lube Mag, vol. 135, pp. 32–37, 2016. | R. Henaff, G. Le Doudic, B. Pilette, C. Even, J.-M. Fischbach, F. Bouquet, J. Bobroff, M. Monteverde, and C. A. Marrache-Kikuchi, "A study of kinetic friction: The timoshenko oscillator," American Journal of Physics, vol. 86, no. 3, pp. 174–179, 2018. | L. O. Pereira et al. Revista Brasileira de Ensino de Física, 43, (2021). | V. L. B. de Jesus. Experiments and Video Analysis in Classical Mechanics (Undergraduate Lecture Notes in Physics). (1. ed. Cham: Springer International Publishing AG, 2017).